

Aplicaciones del fenómeno acusto- óptico y método Schlieren de reconstrucción de la fase óptica.

Lucía Duarte

Licenciatura en Física

Facultad de Ciencias - Universidad de la República

Resumen

El fenómeno acusto- óptico permite la observación de campos acústicos utilizando luz. La propagación de un campo acústico en un medio, provoca cambios en el índice de refracción del mismo, que pueden ser detectados mediante el uso de métodos ópticos. En éste trabajo utilizamos el método “Schlieren” de reconstrucción de la fase óptica para observar campos acústicos, en situaciones que incluyen la propagación de pulsos de ultrasonido en diferentes medios, el estudio del campo de presiones generado por un transductor cilíndrico, y el scattering de ondas planas por un obstáculo cilíndrico, entre otras.

- **Descripción del dispositivo.**

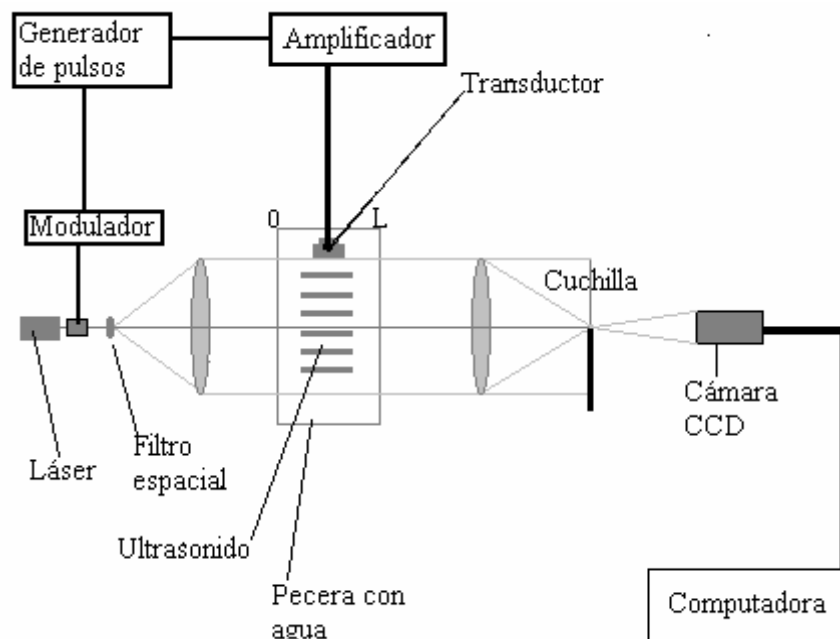


FIGURA 1.

Un esquema del montaje experimental utilizado se muestra en la figura (1). Básicamente consta de un generador de funciones (pulsos u ondas sinusoidales), que envía su señal a un transductor piezo-eléctrico, colocado en un recipiente (de vidrio transparente) lleno

de agua. El transductor emite ultrasonido que se propaga haciendo variar el campo de presiones en el agua, y esto provoca un cambio en el índice de refracción del medio, que es detectado con el sistema óptico.

Dicho sistema consiste de un láser (al que se puede modular de forma triggereada con el generador de pulsos, o simplemente dejar emitir de forma continua). La luz del láser se hace pasar por un filtro espacial, que consiste en un objetivo de microscopio, seguido de un pinhole (esto hace que la luz se torne en un foco prácticamente puntual). Luego se coloca una lente que convierte la luz en un haz de rayos paralelos (frentes de onda planos), que atraviesan el recipiente, y pasan por otra lente en cuyo foco se coloca una cuchilla (“schlieren”), para luego ser captados por una cámara CCD que registra la imagen de la escena. A continuación, explicamos el funcionamiento del sistema óptico “Schlieren”, y el efecto Acusto-Óptico.

- **Método Schlieren de reconstrucción de la fase óptica.**

El dispositivo descrito anteriormente nos permite reconstruir la fase óptica introducida en el campo óptico del láser que se produce gracias a la variación del campo de presiones en el agua del recipiente.

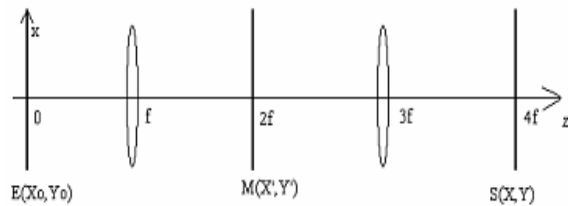


FIGURA 2.

Podemos considerar que a la salida del recipiente tenemos un campo óptico $E(x_0, y_0)$, en $z = 0$. La primer lente, ubicada en $z = f$, donde f es la distancia focal de la lente, forma una imagen en el plano $z = 2f$, o sea, un campo óptico $E'(x', y')$, como muestra la figura (2).

De los elementos de la óptica de Fourier, sabemos que este campo es proporcional a la transformada de Fourier doble del campo de entrada, que puede escribirse como

$$\mathfrak{T}\{E(x_0, y_0)\}_{\frac{x'}{\lambda f}, \frac{y'}{\lambda f}} = \iint E(x_0, y_0) \exp\left(\frac{i2\pi x' x_0}{\lambda f} + \frac{i2\pi y' y_0}{\lambda f}\right) dx_0 dy_0$$

Entonces

$$E'(x', y') = \frac{\exp(i2\pi k f)}{i\lambda f} \mathfrak{T}\{E(x_0, y_0)\}_{\frac{x'}{\lambda f}, \frac{y'}{\lambda f}}$$

Si en el plano de $z = 2f$, con coordenadas (x', y') , se coloca una máscara $M(x', y')$, el campo óptico de salida en ese punto es $E'(x', y') M(x', y')$. Al colocar una segunda lente, con la misma distancia focal f , en $z = 3f$, el campo que se forma a la salida, en $z = 4f$, es

$$S(x, y) = \frac{\exp(i4\pi k f)}{(\lambda f)^2} \mathfrak{T}\left\{M(x', y') \mathfrak{T}\{E(x_0, y_0)\}_{\frac{x'}{\lambda f}, \frac{y'}{\lambda f}}\right\}_{\frac{x}{\lambda f}, \frac{y}{\lambda f}}$$

Utilizando que la transformada de Fourier de un producto es la convolución de las transformadas de los factores, y sustituyendo por su valor la transformada doble de $E(x_0, y_0)$, obtenemos

$$S(-x, -y) = -\frac{\exp(i4\pi k f)}{(\lambda f)^2} \iint \{E(x - \xi, y - \eta)\} \mathfrak{T}\{M(x', y')\}_{\frac{\xi}{\lambda f}, \frac{\eta}{\lambda f}} d\xi d\eta$$

Aquí los signos de x e y se invierten, ya que la imagen se forma invertida a la salida de la segunda lente.

Suponiendo que el campo alrededor de x e y se puede desarrollar en una serie

de potencias

$$E(x - \xi, y - \eta) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \left(-\xi \frac{\partial}{\partial x} - \eta \frac{\partial}{\partial y} \right)^n E(x, y)$$

en torno al punto (x, y) , y escribiendo dicha serie como un operador exponencial

$$E(x - \xi, y - \eta) = \exp \left(-\xi \frac{\partial}{\partial x} - \eta \frac{\partial}{\partial y} \right) E(x, y)$$

Si sustituimos esta expresión en $S(-x, -y)$, tenemos:

$$S(-x, -y) = -\frac{\exp(i4\pi kf)}{(\lambda f)^2} \left(\iint \exp \left(-\xi \frac{\partial}{\partial x} - \eta \frac{\partial}{\partial y} \right) \mathfrak{F}\{M(x', y')\}_{\frac{\xi}{\lambda f}, \frac{\eta}{\lambda f}} d\xi d\eta \right) E(x, y)$$

Aquí se puede identificar la presencia de la transformada inversa de Fourier de la máscara M , cuya expresión genérica

$$M(u, v) = \frac{1}{(\lambda f)^2} \iint \mathfrak{F}\{M(x', y')\}_{\frac{\xi}{\lambda f}, \frac{\eta}{\lambda f}} \exp \left(-\frac{i2\pi u \xi}{\lambda f} - \frac{i2\pi v \eta}{\lambda f} \right) d\xi d\eta$$

es Aquí, si tomamos a las variables u y v como operadores tales que $\frac{i2\pi u}{\lambda f} = \frac{\partial}{\partial x}$

y $\frac{i2\pi v}{\lambda f} = \frac{\partial}{\partial y}$, se puede poner la

expresión de la transformada inversa de la máscara como

$$M \left(\frac{\lambda f}{2\pi i} \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\lambda f}{2\pi i} \frac{\partial}{\partial y} \right) = \frac{1}{(\lambda f)^2} \iint \mathfrak{F}\{M(x', y')\}_{\frac{\xi}{\lambda f}, \frac{\eta}{\lambda f}} \exp \left(-\xi \frac{\partial}{\partial x} - \eta \frac{\partial}{\partial y} \right) d\xi d\eta$$

Debido a esto, el campo de salida toma la forma

$$S(-x, -y) = -\exp(i4\pi kf)$$

$$M \left(\frac{\lambda f}{2\pi i} \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\lambda f}{2\pi i} \frac{\partial}{\partial y} \right) E(x, y)$$

En esta expresión, las derivadas en las variables de la máscara M hacen que esta actúe como un operador sobre el campo de entrada $E(x, y)$.

En el caso de la utilización del método Schlieren, el campo óptico de entrada viene dado por la expresión

$E(x, y) = E_0 \exp(i\phi(x, y))$, donde la variación en la fase es provocada por la perturbación del medio transparente que atraviesa, en la zona de $z < 0$.

En este caso, la máscara que se introduce entre las dos lentes no es otra cosa que la “cuchilla” que interrumpe el paso de la luz, tapando progresivamente el foco de la lente. Podemos representar a la cuchilla como una función

$$M(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } \dots x < \alpha \varepsilon \\ x/\varepsilon + \alpha, & \dots \text{si } \dots -\alpha \varepsilon \leq x \leq \dots \varepsilon (1 - \alpha) \\ 1, & \dots \text{si } \dots x > \varepsilon (1 - \alpha) \end{cases}$$

Aquí $\varepsilon > 0, y, 0 \leq \alpha \leq 1$.

En el caso en que $\alpha = 0$, tenemos completamente cubierto el foco de orden cero de la lente, y por lo tanto no pasa luz al otro lado, a menos que exista una modulación de la fase. Este es el método de campo oscuro. Por el contrario, si $\alpha = 1$, la cuchilla deja pasar la luz del orden cero.

Si trabajamos con la cuchilla colocada de tal forma que $0 < \alpha < 1$, la función

máscara es $M(x) = \frac{x}{\varepsilon} + \alpha$, y por lo

tanto, su operador correspondiente es

$$M \left(\frac{\lambda f}{2\pi i} \frac{\partial}{\partial x} \right) = \frac{\lambda f}{2\pi i} \frac{\partial}{\partial x} + \alpha$$

Al actuar sobre el campo óptico de entrada

$E(x, y) = E_0 \exp(i\phi(x, y))$, hace que el campo de salida sea

$$S(-x, -y) = -\exp(i4\pi kf) \left(\frac{\lambda f}{2\varepsilon\pi} \frac{\partial\phi}{\partial x} + \alpha \right) E_0.$$

Ahora, sabemos que cualquier detector de señales luminosas responde a la intensidad del campo óptico, y esta es proporcional al cuadrado del módulo de dicho campo.

Por lo tanto, tenemos que

$$I(-x, -y) = I_0 \left(\frac{\lambda f}{2\varepsilon\pi} \frac{\partial\phi}{\partial x} + \alpha \right)^2, \text{ donde}$$

I_0 es la intensidad de la luz incidente.

En el caso del método Schlieren de Campo Oscuro

$$I(-x, -y) = I_0 \left(\frac{\lambda f}{2\varepsilon\pi} \frac{\partial\phi}{\partial x} + \alpha \right)^2 \text{ y la}$$

intensidad de salida será

$$I_{c.o}(-x, -y) \approx I_0 \left(\frac{\lambda f}{2\varepsilon\pi} \frac{\partial\phi}{\partial x} \right)^2. \text{ En el}$$

caso del método de Campo Claro, $\alpha = 1$

$$\text{y } I_{c.c}(-x, -y) \approx I_0 \left(\frac{\lambda f}{2\varepsilon\pi} \frac{\partial\phi}{\partial x} + 1 \right)^2.$$

Como vemos, dado que el método de campo claro incluye un término lineal en la variación de la fase ϕ , ese método nos permite obtener imágenes con mayor detalle que las obtenidas por el método de campo oscuro. Sin embargo, esto dependerá del tipo de campo de presiones acústico que utilicemos para provocar la variación de dicha fase, y del modo en que se ilumine la escena, es decir, si la iluminación de entrada es continua o pulsada.

En el caso que nos ocupa, la variación de la fase es producida por ondas viajeras de ultrasonido, con número de onda K y frecuencia angular Ω .

Entonces la fase ϕ es de la forma

$$\phi(x, y, t) = p(x, y) \text{sen}(Kx - \Omega t).$$

Entonces

$$\frac{\partial\phi}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial x} \text{sen}(Kx - \Omega t) + Kp \cos(Kx - \Omega t)$$

En el caso del ultrasonido, la longitud de onda es muy pequeña, y por lo tanto, el número de onda K es mucho mayor

que la variación $\frac{\partial p}{\partial x}$ de la amplitud.

Entonces conservamos solamente

$$\frac{\partial\phi}{\partial x} = Kp \cos(Kx - \Omega t).$$

En ese caso, la intensidad obtenida con el método de Campo Oscuro es

$$I_{c.o}(-x, -y) \approx$$

$$I_0 \left(\frac{\lambda f}{2\varepsilon\pi} \right)^2 K^2 p(x, y)^2 \cos^2(Kx - \Omega t).$$

Si la iluminación es continua, lo que se detecta a la salida del sistema en la cámara CCD es un promedio temporal de esta intensidad, por lo tanto, se obtiene una intensidad promedio

$$\langle I_{c.o}(-x, -y, t) \rangle_T \approx \frac{I_0}{2} \left(\frac{\lambda f}{2\varepsilon\pi} \right)^2 K^2 p(x, y)^2$$

Para el caso del método de Campo Claro, el término cuadrático en la variación de la fase que aparece en la intensidad lumínica será despreciable en comparación con el término lineal. Entonces tenemos

$$I_{c.c}(-x, -y) \approx I_0 \left(1 + \frac{\lambda f}{\varepsilon\pi} \frac{\partial\phi}{\partial x} \right),$$

$$= I_0 + I_0 Kp \cos(Kx - \Omega t)$$

y si iluminamos de forma continua, el promedio temporal nos queda

$$\langle I_{c.c}(-x, -y, t) \rangle_T = I_0, \text{ donde no se}$$

aprecia la variación en la fase del campo óptico.

Por lo tanto, éste método resulta inútil si se ilumina en forma continua, sin embargo, es más eficaz que el de Campo Oscuro en el caso de iluminación pulsada, en el que la cámara capta imágenes instantáneas, y no es necesario introducir el promedio temporal.

- **Efecto Acusto-Óptico: Variación de la fase del campo óptico debido a variaciones en la presión acústica del medio.**

Partiendo de la dependencia de la densidad de los materiales con la presión, y de la vinculación del índice de refracción n de la luz con la densidad del medio transparente que atraviesa, es posible vincular las variaciones de dicho índice, con las variaciones de la presión en el medio. Esta vinculación es el llamado Efecto Acusto-Óptico.

Si expresamos la mencionada dependencia como una función $n(P)$ en el fluido transparente atravesado por la luz, podemos escribir una variación en el índice de refracción en el medio

como $\delta n = \left(\frac{\partial n}{\partial P} \right)_S \delta P$. El coeficiente

$v = \left(\frac{\partial n}{\partial P} \right)_S$ es el coeficiente piezo-

óptico, calculado en la presión de equilibrio P_0 , y a entropía $S = cte$. ya que se asume que la frecuencia de vibración en los procesos acústicos impide la disipación de calor. Ahora, la variación de presión $\delta P = P - P_0$, es la llamada presión acústica p .

Por lo tanto, podemos reescribir $\delta n(x, y, z, t) = vp(x, y, z, t)$, explicitando la dependencia de la presión acústica con la posición y el tiempo.

Si el fluido de índice de refracción n en cuestión es atravesado por un haz de luz monocromática (láser) que viaja en la dirección z , podemos escribir la dependencia espacial del campo óptico como $E = E_0 \exp(iknz + i\phi_0)$, donde ϕ_0 es una fase arbitraria, que podemos igualar a cero para mayor simplicidad. En el caso en que el fluido tiene un índice de refracción variable, la variación de la fase del campo óptico

con respecto a la de ondas planas (0) es

$$\phi(x, y, t) = k \int_0^L (n - n_0) dz = k \int_0^L \delta n(x, y, z, t) dz$$

, siendo n_0 el índice de refracción de equilibrio del fluido, y L la longitud del recorrido de la luz en el fluido.

Si sustituimos aquí la expresión de la variación del índice de refracción en el medio, obtenemos

$$\phi(x, y, t) = kv \int_0^L p(x, y, z, t) dz.$$

de que el campo acústico se propague de forma suficientemente colimada en la dirección x , podemos considerar

$p = p(x, y, t)$, e integrando obtenemos $\phi(x, y, t) = kvLp(x, y, t)$.

En éste trabajo estudiaremos la variación del campo de presión acústica en un medio fluido (agua), utilizando como método de detección el sistema Schlieren presentado en los apartados anteriores. La expresión obtenida para la variación de fase óptica del campo de iluminación se sustituye en los anteriores resultados, para determinar qué esperamos observar finalmente con la cámara CCD.

- **Aplicaciones del método Schlieren de Campo Claro (iluminación pulsada).**

Como mencionábamos anteriormente, el método Schlieren de Campo Claro permite observar variaciones en la fase

óptica del orden de $\frac{\partial \phi}{\partial x}$, pero esto no

puede hacerse si utilizamos una iluminación continua, ya que en ese caso, la cámara registra un promedio temporal de la intensidad de la señal luminosa, y perdiéndose toda información acerca de la variación de la fase.

Entonces, para poder aplicar el método de Campo Claro, se debe lograr que la cámara registre una imagen instantánea. Esto puede hacerse de dos maneras: o se tiene una cámara muy rápida, o se ilumina la escena de forma instantánea. Como no contamos con cámaras de la rapidez necesaria, se opta por iluminar la escena con un dispositivo estroboscópico, que hace que la iluminación sea de duración breve. Es necesario tener en cuenta que para captar una imagen definida, se necesita que durante el tiempo de iluminación el frente de onda acústica no se desplace más que un cuarto de longitud de onda. En este caso, tratándose de pulsos emitidos con una frecuencia de 2.25 MHz, y dado que la velocidad del sonido en el agua es del orden de 1500 m/s, tenemos longitudes de onda del orden de 0.7 mm. Esto implica que debemos resolver longitudes de 0.175 mm, y por lo tanto manejar tiempos de iluminación del orden de 100 nanosegundos.

Para obtener tiempos de iluminación tan cortos, se modula la emisión del láser, triggereándola con la emisión del pulso de ultrasonido, y controlando el retardo (delay) entre ambas emisiones. Así se logra captar al pulso de ultrasonido a un tiempo determinado luego de ser emitido por el transductor, y estudiar cómodamente su propagación, con un alto detalle de definición en la imagen obtenida.

Determinación de la velocidad de propagación de pulsos de ultrasonido en agua y aluminio.

Comenzamos el trabajo con el método Schlieren de campo claro estudiando la propagación de pulsos de ultrasonido en agua y en aluminio, y determinando sus velocidades de propagación en éstos medios.

En primer lugar, obtuvimos la velocidad de propagación de un pulso

de ultrasonido en agua, fotografiando el tren de ondas con un retraso en la iluminación de 2 microsegundos y 14 microsegundos, como muestran las figuras (3) y (4) respectivamente. Se midió en las fotos la distancia recorrida en este intervalo de tiempo, y se obtuvo valor de $c = 1.53 \times 10^3 \text{ m/s}$.

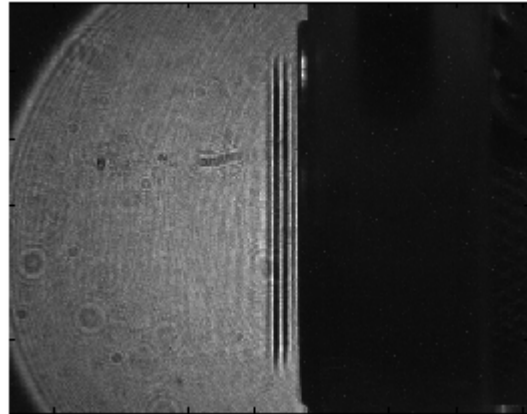


FIGURA 3

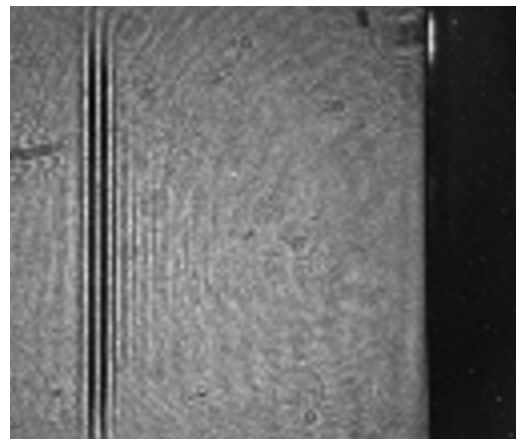


FIGURA 4

Para determinar la velocidad de propagación del ultrasonido en aluminio, se tomó la imagen que muestra la figura (5), con un delay en la iluminación de 14 microsegundos.

Se observa la placa de aluminio sumergida en agua, de tal modo que la mitad del pulso emitido por el transductor la atraviesa, y la otra mitad se propaga únicamente en agua.

Encontramos tres pulsos claramente visibles: el más avanzado corresponde a la parte del frente de ondas que

atraviesa la barra de aluminio (ya que en ese medio la velocidad de propagación es mayor), el siguiente corresponde a la parte del frente de ondas que únicamente se propaga en el agua, y el tercero corresponde a una doble reflexión que tiene lugar en las caras de la barra de aluminio.

Pulsos propagándose en aluminio y agua. Delay 14 microseg.



FIGURA 5

En la determinación de la velocidad de propagación del ultrasonido en el aluminio tuvimos en cuenta las siguientes igualdades

$$\begin{aligned} \Delta X_{AL+AGUA} &= \Delta X_{AL} + \Delta X_{AGUA} \\ &= C_{AL} \Delta t_{AL} + C_{AGUA} \Delta t_{AGUA} \\ \text{y } \Delta t_{AL+AGUA} &= \Delta t_{AL} + \Delta t_{AGUA}. \end{aligned}$$

Midiendo en la imagen los desplazamientos indicados, conociendo el tiempo total

$\Delta t_{AL+AGUA} = 14 \times 10^{-6} \text{ seg.}$ y conociendo la velocidad de propagación del pulso en agua, tenemos que la velocidad de propagación del ultrasonido en aluminio hallada es

$$C_{AL} = 3.15 \times 10^3 \text{ m/s.}$$

- **Aplicaciones del método Schlieren de Campo Oscuro (iluminación continua).**

El método Schlieren de campo oscuro, como vimos anteriormente, nos permite

visualizar variaciones de segundo orden en la fase óptica, incluso iluminando la escena de forma continua, con el láser permanentemente encendido. Aunque éste método no nos permite obtener el mismo grado de detalle que el anterior, permite observar ondas estacionarias y emisiones de “chorros” de ultrasonido, que permiten numerosas aplicaciones.

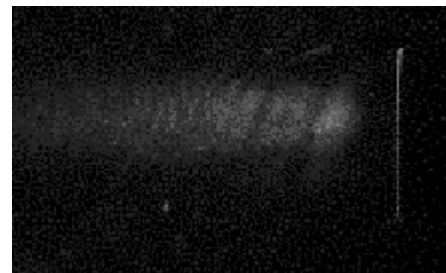
Relevamiento de la curva de resonancia de un transductor.

Comenzamos el trabajo con el método Schlieren de Campo Oscuro relevando la curva de resonancia de un transductor, que emite ultrasonido de frecuencia alrededor de 1MHz., según el fabricante.

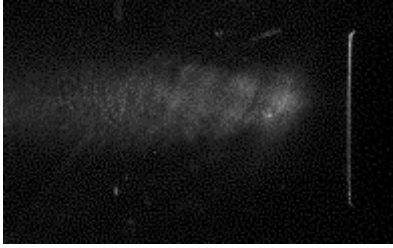
Lo que hicimos fue relevar la respuesta en intensidad lumínica hallada en las fotos (vinculada como ya vimos con la intensidad de la variación del campo de presiones en el agua) con la frecuencia de alimentación del transductor.

Para ello se colocó en el recipiente con agua un transductor piezo-eléctrico de cara circular plana, que emite un chorro de ultrasonido en la dirección x del sistema descrito anteriormente. Se toman fotos con la cámara CCD para cada frecuencia, y se releva la curva de intensidad promedio de cada foto en función de la frecuencia de alimentación del transductor.

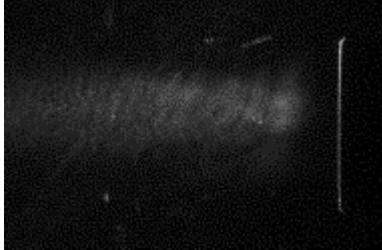
A continuación mostramos algunas de las fotos obtenidas, y la gráfica construida a partir de ellas.



$f = 1\text{MHz.}$ FIGURA 6

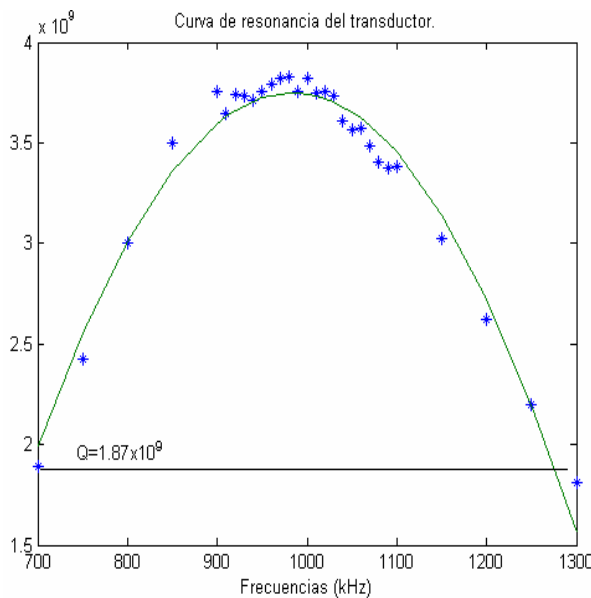


f = 0.9 MHz. FIGURA 7



f = 1.1 MHz. FIGURA 8

La siguiente gráfica (1) muestra los valores de intensidad de cada foto (tomados como la suma de los valores de todos los píxeles de cada imagen normalizada), junto con el valor de factor de calidad Q (tomado como la mitad del máximo valor de intensidad), y una parábola que ajusta los datos.



GRÁFICA 1

Podemos ver que casi todos los valores de intensidad están por encima del factor Q , y que el ancho de banda (rango de frecuencias cuyos valores de intensidad correspondientes están por

encima del factor de calidad), es de 600 kHz.

Esto muestra que el transductor es bueno, en el sentido que nos permite trabajar cómodamente en un amplio rango de frecuencias.

Scattering de ondas planas por un alambre cilíndrico.

Para estudiar el scattering de ondas planas de ultrasonido por un alambre cilíndrico, suspendimos con hilos un clavo en el recipiente con agua, de forma que su eje coincidiera con la dirección z de propagación de la luz del láser. El transductor (cuya curva de resonancia se obtuvo anteriormente), se colocó emitiendo un chorro de ultrasonido en la dirección x , emitiendo en una frecuencia de 1 MHz.

Cálculo teórico del campo de presión acústica.

Lo que esperamos ver en la imagen de la cámara es la superposición de los frentes de onda planos de ultrasonido provenientes del transductor, y los frentes de onda cilíndricos scattereados por el clavo. La situación es la que se representa en la figura (9).

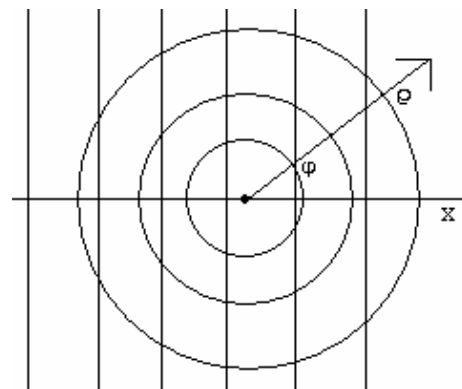


FIGURA 9

Consideremos la onda de presión plana incidente $P_i = A \exp(iKx) \exp(-i\Omega t)$, y la onda scattereada

$$P_s = \frac{B}{\sqrt{\rho}} \exp(iK\rho) \exp(-i\Omega t).$$

La onda resultante debe ser la

superposición (suma), de las dos últimas, es decir

$$P_r = \left(A \exp(iKx) + \frac{B}{\sqrt{\rho}} \exp(iK\rho) \right) \exp(-i\Omega t)$$

Poniendo $x = \rho \cos(\varphi)$, tenemos

$$P_r = \left(A \exp(iK\rho \cos(\varphi)) + \frac{B}{\sqrt{\rho}} \exp(iK\rho) \right) \exp(-i\Omega t)$$

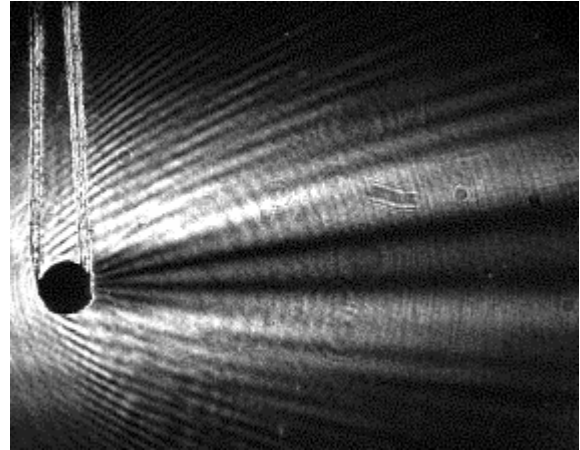
Como sabemos, la cámara detecta intensidad luminosa, y ésta es proporcional al cuadrado del módulo del campo de presiones. Por lo tanto, tenemos una función de la forma

$$P^2 = |A|^2 + \frac{|B|^2}{\rho} + \frac{BA^*}{\sqrt{\rho}} \exp(iK\rho(1 - \cos(\varphi))) + \frac{AB^*}{\sqrt{\rho}} \exp(-iK\rho(1 - \cos(\varphi)))$$

Es fácil ver que los máximos (o mínimos) de la intensidad luminosa van a encontrarse en los puntos del plano que verifiquen la condición $K\rho(1 - \cos(\varphi)) = n\pi$, donde n es un natural. Ésta expresión corresponde a la ecuación de una parábola de eje x , con foco en el punto $(x = 0, y = 0)$, orientada hacia las x crecientes.

Resultados experimentales

La imagen obtenida con la cámara se muestra en la figura (10). En ella podemos apreciar la coincidencia cualitativa con los cálculos teóricos, ya que se observan claramente los frentes de onda parabólicos esperados.

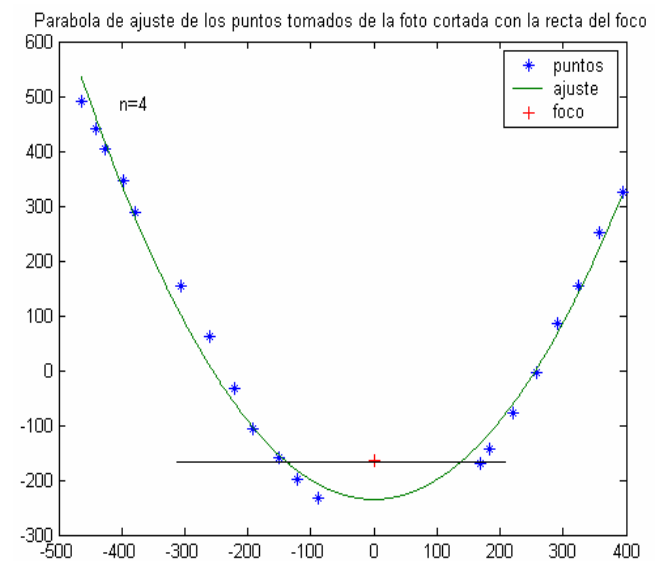


Scattering. $f = 1$ MHz. FIGURA 10

Para estudiar el grado de coincidencia cuantitativa entre los resultados y los cálculos, tomamos de la foto las posiciones de puntos sobre las aparentes parábolas, y tratamos de ajustarlos con polinomios de segundo grado. Luego, hallamos los focos de las parábolas de ajuste, y hallamos experimentalmente la longitud de onda del ultrasonido, tomando como referencia el número de parábola n , y la distancia ρ del foco al corte de la misma con el eje y , ya que estos puntos corresponden a un valor del ángulo

$$\varphi = \frac{\pi}{2} \text{ y } \cos(\varphi) = 0, \text{ por lo que}$$

$$\rho = \frac{n\pi}{K} = \frac{n\lambda}{2}.$$



GRÁFICA 2

Para las parábolas de índice $n = 4, 3$ y 2 se obtuvieron los valores de $\Lambda = 1.50mm$, $\Lambda = 1.44mm$ y $\Lambda = 1.40mm$ respectivamente. La curva de ajuste para $n = 4$ se muestra en la gráfica (2).

Estudio del campo de presión acústica de un transductor cilíndrico.

Para estudiar el campo de presión acústica de un transductor cilíndrico de colocó un transductor piezo-eléctrico de forma cilíndrica con su eje de simetría paralelo a la dirección z en el recipiente, sostenido con el soporte ya mencionado.

Dicho transductor se conecta al generador de funciones, y se ilumina la escena de forma continua con el láser. Se tomaron fotografías para las distintas frecuencias de resonancia del sistema, y se eligieron dos de ellas para analizar.

Cálculo teórico del campo de presión acústica.

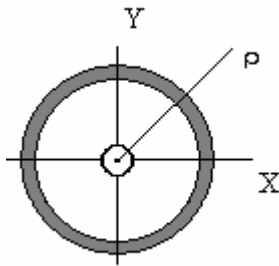


FIGURA 11

Consideramos en el plano de la figura (11) la ecuación de ondas cilíndrica descrita por el campo de presión acústica p (ultrasonido) emitido por el transductor $\nabla^2 p = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}$. En coordenadas cilíndricas es

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial p}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 p}{\partial \varphi^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}, \text{ con } p = p(\rho, \varphi, t).$$

Por el método de separación de variables es fácil llegar a una solución $p(\rho, \varphi, t) = R(\rho) \cos(m\varphi) \cos(\Omega t)$. Aquí los cosenos son soluciones de las partes temporal y angular respectivamente, mientras que la función radial debe verificar la Ecuación de Bessel

$$\frac{\rho}{R} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial R}{\partial \rho} \right) - m^2 + K^2 \rho^2 = 0, \text{ con}$$

$$K^2 = \frac{\Omega^2}{c^2}, \text{ cuadrado del número de}$$

onda del ultrasonido de frecuencia Ω . Las soluciones a dicha ecuación que no divergen en $\rho = 0$ son las funciones de Bessel $J_m(K\rho)$, y por lo tanto la solución general de la ecuación de ondas cilíndrica puede escribirse como la serie

$$p(\rho, \varphi, t) = \left(\sum_m a_m J_m(K\rho) \cos(m\varphi) \right) \cos(\Omega t)$$

Si consideramos que el transductor es un cilindro perfecto, podemos suponer que el término relevante de esta serie es el de orden cero, y por ende, el campo de presión acústica sería

$$p(\rho, t) = a_0 J_0(K\rho).$$

Como vimos antes, este campo de presiones provoca un cambio en la fase del campo óptico de láser, que en este caso es

$$\phi(\rho, t) = kvLa_0 J_0(K\rho) \cos^2(\varphi) \cos(\Omega t).$$

Ahora, como ya vimos, la cámara responde a la intensidad del campo óptico, y para el caso de iluminación continua (Campo Oscuro), la expresión correspondiente es

$$I_{c.o}(-x, -y) \approx I_0 \left(\frac{\lambda f}{2\varepsilon\pi} \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2. \text{ En éste}$$

caso (obviando la dependencia temporal

y la angular) tenemos que

$$\frac{\partial \phi(\rho)}{\partial x} = kvLa_0 \frac{\partial}{\partial x} (J_0(K\rho))$$

$$= Cte J_0' \frac{\partial}{\partial x} (K\rho)$$

con $J_0'(K\rho) = -J_1(K\rho)$ y

$$\frac{\partial(K\rho)}{\partial x} = K \frac{\partial}{\partial x} (\sqrt{x^2 + y^2})$$

$$= \frac{x}{\rho} = \cos(\varphi)$$

Finalmente se obtiene

$$I_{c.o}(-x, -y) \approx I_0 \left(\frac{\lambda f}{2\varepsilon\pi} \right)^2 (kvLa_0 K)^2 J_1^2(K\rho)$$

$$\cos^2(K\rho) \cos^2(\varphi) \langle \cos^2(\Omega t) \rangle_T$$

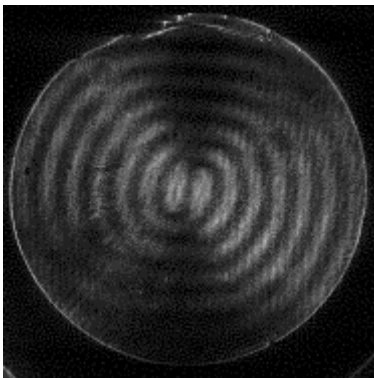
que podemos abreviar como

$$\frac{I_{c.o}}{I_0} = \beta^2 J_1^2(K\rho) \cos^2(\varphi).$$

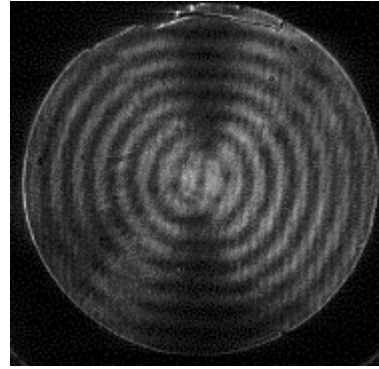
Dado este resultado, esperamos que las fotos tomadas con la cámara coincidan con la descripción anterior, encontrando franjas (máximos o mínimos) concéntricos alrededor del centro del cilindro, y de mayor intensidad en la vecindad de la dirección horizontal, correspondiente al eje x en la descripción teórica anterior.

Resultados experimentales.

Las imágenes obtenidas para una alimentación del transductor cilíndrico con señales de frecuencias de 580kHz y 660kHz respectivamente se presentan a continuación.



f 580 kHz. FIGURA 12



f 660 kHz. FIGURA 13

Como se puede apreciar a simple vista, las imágenes obtenidas concuerdan cualitativamente con los cálculos realizados. Para ver el grado de correspondencia cuantitativa, se realizó un tratamiento de estas imágenes, analizando los valores de la intensidad luminosa a lo largo de franjas diagonales de un ancho de 20 píxeles, con la precaución de elegir las de modo que la intensidad fuese similar a un lado y otro del centro del cilindro, como se muestra en la siguiente figura.

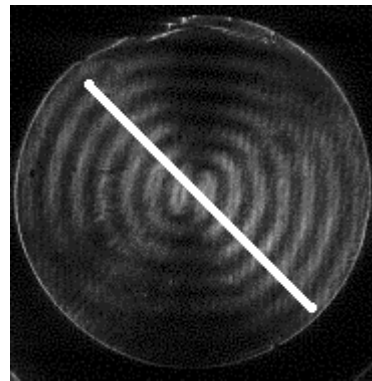
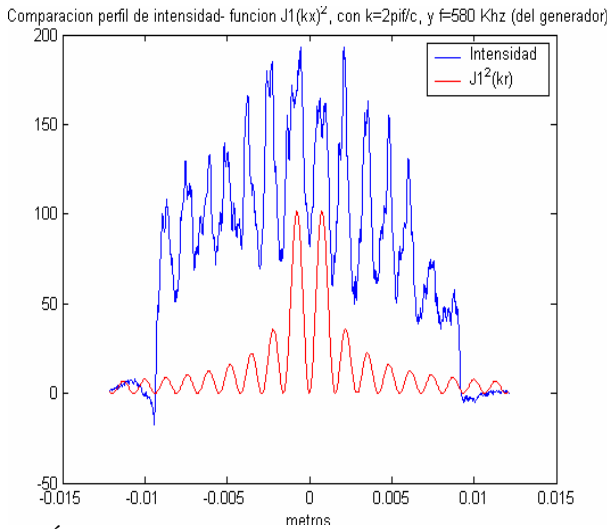


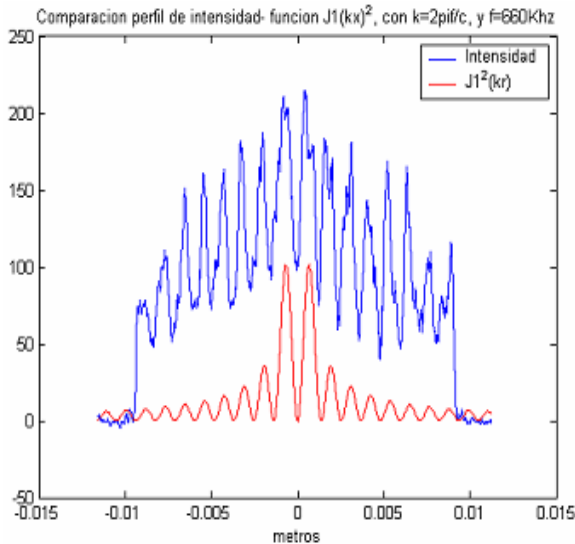
FIGURA 14

Se obtuvieron gráficas de intensidad luminosa (en una escala de 0-255) contra distancia al centro de la figura, y se compararon con la función de Bessel $J_1^2(K\rho)$, siendo en éste caso ρ la distancia al centro de la foto, y $K = \frac{2\pi f}{c_{sonido}}$ el número de onda del ultrasonido, calculado con la frecuencia conocida del generador de funciones (660 kHz y 580 kHz en cada caso).

Dichas gráficas se muestran a continuación.



GRÁFICA 3



GRÁFICA 4

En las gráficas 3 Y 4 se aprecia claramente la correspondencia de los ceros de ambos perfiles de intensidad con los ceros de la función $J_1^2(K\rho)$, con el número de onda correspondiente en cada caso.

Es interesante notar que en las frecuencias $f = 580\text{kHz}$. y $f = 660\text{kHz}$. se hallan dos resonancias consecutivas del cilindro, y que para la primera aparecen siete ceros, mientras que para la segunda aparecen ocho (a cada lado del centro del cilindro).

Como un tratamiento independiente, calculamos la frecuencia del ultrasonido partiendo del hecho que en cada caso, el último cero en la amplitud debe corresponder a una distancia igual al radio del cilindro, es decir, que $K\rho$ debe ser igual a la séptima (u octava) raíz de la función J_1 de Bessel respectivamente.

Así calculadas, las frecuencias obtenidas fueron de 598840 Hz. y 674170 Hz. en cada caso.

Conclusiones

A lo largo de todo el trabajo hemos podido apreciar la utilidad del método Schlieren de reconstrucción de la fase óptica para el estudio de campos ultrasónicos que se propagan en medios transparentes, tanto en la modalidad del método de campo claro (iluminación estroboscópica), como en el método de campo oscuro (iluminación continua). A su vez, vemos que los métodos de cálculo numérico aplicados a las fotografías obtenidas en los diferentes casos nos permiten obtener información detallada de los procesos ocurridos, con gran precisión, que permite tanto el estudio cualitativo como cuantitativo de los mismos.

Finalmente, al tratarse de una técnica que no perturba mecánicamente la propagación del ultrasonido, el método no altera los campos acústicos que se desean medir, lo que lo hace adecuado para un sinnúmero de aplicaciones, en diversas áreas.

Bibliografía

- Ismael Nuñez, Alicia Arzúa.
“Utilización del fenómeno acusto-
óptico para la observación y la medición
de campos ultrasónicos”.
- Ismael Nuñez. “Método Schlieren
cuantitativo para medir variaciones de
fase periódicas”.
- Ismael Nuñez. “Elementos de la óptica
de sistemas colimados”.
- Ismael Nuñez. “Reconstrucción de la
fase óptica mediante el método
Schlieren”.
- E. Hecht, A. Zajac. Óptica. Addison –
Wesley Iberoamericana. 1974.